



APLICAÇÃO DOS MÉTODOS K E P-K EM UMA SEÇÃO TÍPICA COM 2 GDL

Cassiano Arruda¹, André Garcia Cunha Filho², Antônio Marcos Gonçalves de Lima³

RESUMO: O *flutter* é um fenômeno altamente destrutivo que pode ocorrer em diversas estruturas, sendo estudado com frequência pela aeroelasticidade para garantir a segurança e eficiência de aeronaves. Este fenômeno é analisado por diversos métodos, como os métodos k e p-k, os quais neste trabalho são aplicados em uma seção típica com 2 GDL com o objetivo compará-los, sendo que ambos os métodos convergiram para uma mesma velocidade crítica de *flutter*, cerca de 27,70 m/s. Este trabalho aborda os métodos mais tradicionais no domínio da frequência, com o intuito de futuramente trabalhar com métodos no domínio do tempo.

PALAVRAS-CHAVE: Aeroelasticidade. *Flutter*. Método k. Método p-k. Seção Típica.

APPLICATION OF METHODS K AND P-K IN A 2 DOF TYPICAL SECTION

ABSTRACT: Flutter is a highly destructive phenomenon that can occur in various structures, being studied frequently by aeroelasticians to assure the aircraft's safety and efficiency. This phenomenon can be analyzed by different methods, such as k and p-k, that are compared when applied to a 2 DOF typical section, being that both methods converged to the same critical speed, approximately 27,70 m/s. This work is about the most traditional methods in the frequency domain, with intent to, in the future, use methods in time domain.

KEYWORD: Aeroelasticity. Flutter. Method k. Method p-k. Typical Section.

INTRODUÇÃO

O envelope de voo de uma aeronave é definido na fase de projeto, com o objetivo de delimitar as condições seguras de funcionamento, influenciando diretamente o desempenho da aeronave. Um parâmetro que recebe muita atenção nesta etapa é a velocidade crítica de *flutter*, fenômeno este que é altamente destrutivo.

De acordo com Wright e Cooper (2008), *flutter* é caracterizado pelo comportamento dinâmico instável capaz de destruir uma estrutura. Esta instabilidade é causada devido a uma autoexcitação de dois ou mais modos de vibração do sistema, a qual é alterada e realimentada pelo escoamento do fluido.

Existem várias metodologias para determinar a velocidade de *flutter*, as mais tradicionais no domínio da frequência são o método k e o método p-k, as quais serão abordadas neste documento para o sistema de seção típica.

De acordo com Theodorsen (1935), a seção típica é uma representação simples de um perfil sustentador através de suas propriedades discretas de massa e rigidez, calculado

De acordo com a formulação demonstrada por Silva (2016), a Eq. (1) pode ser simplificada assumindo-se um movimento harmônico tal que $h = h_0 e^{i\omega t}$ e $\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$, e desprezando-se os amortecimentos estruturais relativos a cada modo, vide Eq. (2):

$$[K] \left(\frac{h/b}{\theta} \right) = \Omega^2 [A + M] \left(\frac{h/b}{\theta} \right) \quad (2)$$

onde “[M]” é a matriz de massa, “[K]” é a matriz de rigidez, “[A]” é a matriz aerodinâmica e “ Ω ” é a razão entre as frequências “ $\frac{\omega}{\omega_\theta}$ ”.

Esta equação é utilizada para aplicação do método *k*, ou V-g, o qual, segundo Silva (2016), é utilizado para analisar a estabilidade de uma seção típica através da formulação proposta por Theodorsen (1935), analisando-se as respostas do sistema a diferentes frequências de excitação. Esta análise permite encontrar a velocidade crítica de *flutter*, criando-se um amortecimento artificial “*g*”, o qual contrapõe o amortecimento aerodinâmico. O valor de “*g*” é inicialmente negativo e, no instante em que se torna positivo pela primeira vez, o *flutter* ocorre, já que não há amortecimento no sistema. Além disso, o valor deste amortecimento artificial corresponde à realidade apenas na velocidade crítica de *flutter*. Para tanto, é necessário resolver o problema de autovalor presente na Eq. (2), cujo autovalor corresponde à Eq. (3).

$$\lambda = \frac{1+i}{\Omega^2} \quad (3)$$

Sendo que o mesmo deve ser tratado como na Eq. (4) para encontrar a velocidade de *flutter* através de “*g*” e a sua frequência “ $\frac{\omega_i^2}{\omega_\theta^2}$ ”.

$$g = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} \text{ e } \frac{\omega_i^2}{\omega_\theta^2} = \frac{1}{\lambda_{Re}} \quad (4)$$

Método *p-k*

De acordo com Wright e Cooper (2008), o método *p-k* foi desenvolvido para representar o amortecimento físico real em velocidades subcríticas e determinar a velocidade crítica, sendo assim importante em análises aeroelásticas. Para tanto, a equação do movimento é descrita no espaço de estados, vide Eq. (5).

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & [I] \\ -[M]^{-1}(\rho V^2 [D] + [K]) & -[M]^{-1}(\rho [V][B] + [C]) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} \quad (5)$$

Sendo “[B]” a matriz de amortecimento aerodinâmico e “[C]” a matriz de rigidez aerodinâmica. O autovalor desta equação é apresentado na Eq. (6), de modo que ele é utilizado para determinar a frequência “ ω ” e o amortecimento “*g*”, vide Eq. (7).

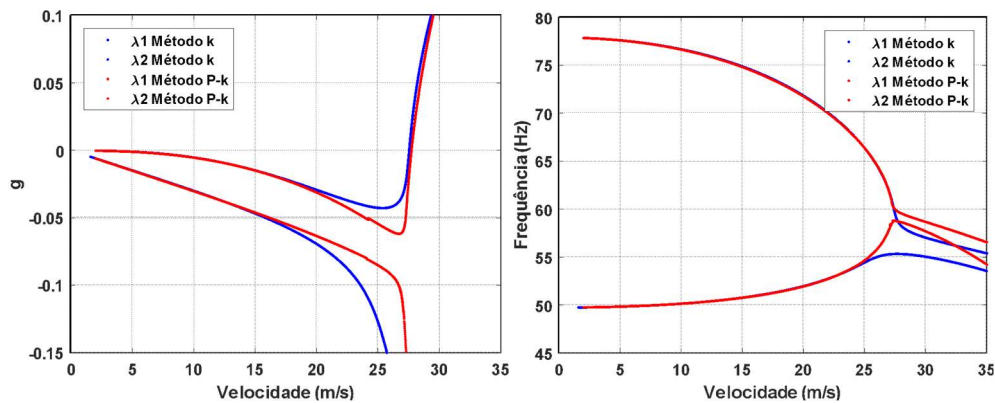
$$\lambda_n = -g\omega \pm i\omega\sqrt{1 - g^2} \quad (6)$$

$$\omega = \sqrt{(Re(\lambda_n))^2 \pm (Im(\lambda_n))^2} \text{ e } g = \frac{Re(\lambda_n)}{\omega} \quad (7)$$

RESULTADOS PARCIAIS

A Fig. (2) compara os amortecimentos “ g ” e as frequências “ ω ” obtidos pelo método k e $p-k$, pela velocidade. A velocidade crítica de *flutter* corresponde ao ponto em que a curva intercepta o eixo das abscissas. Sendo assim, a velocidade obtida pelo método k foi de 27.558 m/s, enquanto a encontrada pelo método $p-k$ foi de 27.838 m/s (cuja média aritmética é 27,698 m/s e desvio padrão é 0,14).

Figura 2 – Método k e Método $p-k$



Fonte: Elaborado pelo autor

CONCLUSÃO

Ambos os métodos convergiram para a mesma velocidade crítica. Entretanto, o método k apresenta vantagem sobre o método $p-k$ considerando-se seus custos computacionais. Todavia, o amortecimento apresentado por este método não corresponde com a realidade fora do ponto de *flutter*, diferentemente do método $p-k$. Espera-se em trabalhos futuros determinar a velocidade de *flutter* através do domínio do tempo.

REFERÊNCIAS

- SILVA, G. C. **Sistemas de Controle Ativo e Passivo para Supressão de Flutter de uma Seção Típica**. Dissertação, 2016.
- THEODORSEN, T.; MUTCHLER, W. **General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter**. [S.I.]: National Advisory Committee for Aeronautics Washington, DC, USA, 1935.
- WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. **Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads**. [S.I.]: John Wiley & Sons, 2015. v. 20.

¹ Graduando em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

² Doutorando em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

³ Professor, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.