



## ANÁLISE CINEMÁTICA DO MECANISMO QUATRO BARRAS

*Douglas Silva Marques Serrati*

*Orientadora: Profª. Dra. Elaine Gomes Assis*

**RESUMO:** O mecanismo quatro-barras é bastante comum e usado dentre outros mecanismos. Ele é considerado básico e de fundamental entendimento cinemático e dinâmico, pois oferece suporte para compreensão dos demais mecanismos. Desta forma, para entendê-lo, este trabalho analisa cinematicamente a posição, velocidade e aceleração de cada barra e de alguns pontos importantes desse mecanismo, além das leis que regem os tipos de movimentos das quatro-barras, a partir de modelos matemáticos computacionais que expressem cada condição. Estes modelos oferecem liberdade ao usuário para definir as condições em que deseja a análise. E por fim, algumas aplicações e os pontos importantes do projeto deste mecanismo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Mecanismo de quatro barras; Cinemática; Análise computacional.

### CINEMATIC ANALYSIS OF THE FOUR BARS MECHANISM

**ABSTRACT:** The four-bar mechanism is a important common and used among other mechanisms. It is being considered basic and of fundamental kinematic and dynamic understanding, since it supports the understanding of the other mechanisms. In order to better understand this work, this paper analyzes the position, velocity and acceleration of each bar and some important points of this mechanism, as well as the laws governing the types of four-bar movements, from computational mathematical models expressing each condition and gives the user the freedom to define the conditions in which he wishes the analysis. And finally, some applications and the important points of the design of this mechanism.

**KEYWORD:** Mechanisms of four bar; kinematic; Computacional analysis.

### INTRODUÇÃO

O mecanismo quatro barras é inspiração para criação de vários outros mecanismos, então entendê-lo é essencial, pois é base para demais sistemas. Foi determinado, computacionalmente, o comportamento dinâmico de um sistema já projetado, ou seja, possui algumas dimensões definidas, como dados de entrada fornecidos pelo usuário.

Esse trabalho visa programar uma forma de se verificar que o projeto de um sistema quatro barras responderá como o esperado, respeitando a lei de Grasshof de possíveis movimentos, dando a maior liberdade possível ao usuário, mas sempre o alertando de possíveis erros e de valores de entrada incoerentes.

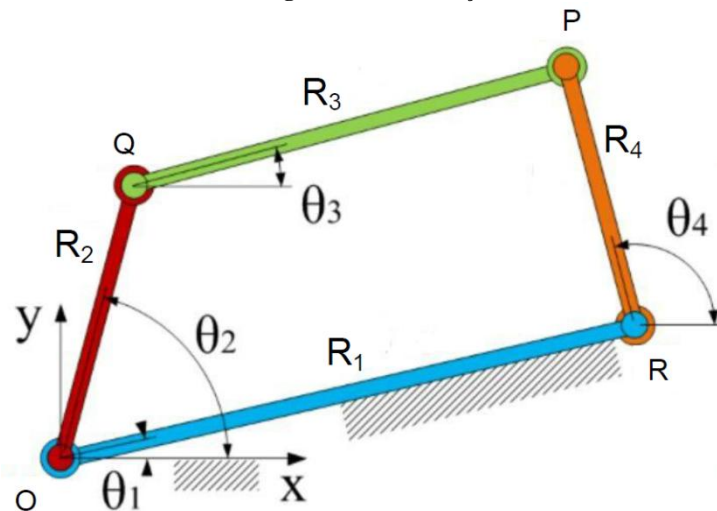
Ao projetar esse mecanismo precisamos nos atentar a alguns fatores como os pontos mortos, possíveis travamentos caso as peças se alinhem, entre outros que serão citados adiante com suas possíveis soluções.

As principais pesquisas publicadas sobre o assunto estão relacionadas a projetos como braços de guindastes e rodas de trens, e sempre citam como base os autores Norton e Mabie, também citados nesse trabalho.

## MÉTODOS

Utilizou-se a soma vetorial e relações trigonométricas para modelar o problema. Posteriormente elaborou-se o código computacional que fornece a posição, velocidade e aceleração de cada barra e dos pontos em que as barras são conectadas para o instante indicado pelo usuário. Ao final, exibe-se um gráfico contendo as curvas de velocidade e aceleração de cada barra variando em função do ângulo da barra responsável pelo movimento.

Figura 1 – Identificação das variáveis



Fonte: aplicativo de celular, Mecanismo 4 b

Para iniciar a execução, deve-se escolher a barra motriz. Suponha que a escolha tenha sido a barra 2 como motriz. Dessa forma conhece-se  $\theta_2$ , velocidade e aceleração, além de se conhecer, também, o comprimento de todas as barras e  $\theta_1$ , pois a barra 1 é fixa.

Realizando a soma vetorial, tem-se a equação (1) como a única possível para relacionar todas as barras. Para determinar as características dos pontos Q e R, são necessárias outras somas vetoriais.

$$R_P = R_2 + R_3 = R_1 + R_4 \quad (1)$$

Ao se reescrever a equação 1 em função dos ângulos das barras para o eixo x e y, não se conhece  $\theta_3$  e  $\theta_4$ . Desta forma, isola-se um deles e soma-se as equações, lembrando que  $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ , obtém-se um ângulo desconhecido em função do outro. Agora se encontra uma equação para o segundo ângulo desconhecido. Posteriormente, substitui-se em função do primeiro ângulo e assim fica determinado. Então, simplificando a equação obtida, deixando-a em função do ângulo desconhecido e usando a relação trigonométrica  $\sin(\theta) = \left(2tg\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) / \left(1 + tg^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$ , obtém-se uma nova relação que, substituída na anterior, tem-se uma equação do segundo grau em função do

ângulo desconhecido. O segundo ângulo é encontrado resolvendo essa equação do segundo grau, sabe-se que  $\theta_4 = 2tg^{-1}(t)$ . Com isso, substitui-se a equação que descreve o segundo ângulo naquela do primeiro ângulo e então se encontra ambos os ângulos em função de informações conhecidas. Permitindo escrever a equação da posição para qualquer ponto pertencente a qualquer barra.

A velocidade é a primeira derivada da posição e a aceleração é a segunda derivada da posição, com isso, retorna-se à equação 1 para derivá-la e obter as funções desejadas. Encontra-se a velocidade e aceleração das barras 3 e 4 de forma análoga à realizada para encontramos seus ângulos. A equação (2) representa a velocidade e a equação (3) representa a aceleração.

$$\begin{bmatrix} -R_3 \text{sen}(\theta_3) & R_4 \text{sen}(\theta_4) \\ -R_3 \text{cos}(\theta_3) & R_4 \text{cos}(\theta_4) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 \dot{\theta}_2 \text{sen}(\theta_2) \\ R_2 \dot{\theta}_2 \text{cos}(\theta_2) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -R_3 \text{sen}(\theta_3) & R_4 \text{sen}(\theta_4) \\ -R_3 \text{cos}(\theta_3) & R_4 \text{cos}(\theta_4) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 \ddot{\theta}_2 \text{sen}(\theta_2) + R_2 \dot{\theta}_2^2 \text{cos}(\theta_2) + R_3 \dot{\theta}_3^2 \text{cos}(\theta_3) - R_4 \dot{\theta}_4^2 \text{cos}(\theta_4) \\ R_2 \ddot{\theta}_2 \text{cos}(\theta_2) - R_2 \dot{\theta}_2^2 \text{sen}(\theta_2) - R_3 \dot{\theta}_3^2 \text{sen}(\theta_3) - R_4 \dot{\theta}_4^2 \text{sen}(\theta_4) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Caso seja escolhida outra barra responsável, o procedimento de análise é análogo ao realizado para a barra 2.

## RESULTADOS FINAIS

Serão apresentados os dados e resultados da análise computacional.

**Figura 2** – Dados de entrada

**ATENÇÃO:** as dimensões devem estar em metros e os ângulos em radianos

Escolha a barra (2,3 ou 4) que movimentará o sistema: 2

Informe a dimensão de cada barra:

Barra 1: 1

Barra 2: 2

Barra 3: 3.5

Barra 4: 4

Informe o ângulo entre a barra 1 e o eixo x: 0

Informe o ângulo entre a barra 2 e o eixo x: 0

Informe a variação do ângulo da barra 2 (rad/s): 10

Informe a aceleração da barra 2 (rad/s<sup>2</sup>): 0

Fonte: o autor

Figura 3 – Resultados

Barra 1 Dimensão: 1 m Ângulo em relação ao eixo x: 0 rad ou 0° Velocidade: 0 rad/s Aceleração: 0 rad/s <sup>2</sup>	Ponto Q Posição: 2i 0j (m) Velocidade: 0i 20j (rad/s) Aceleração: -200i 0j (rad/s <sup>2</sup> )
Barra 2 Dimensão: 2 m Ângulo em relação ao eixo x: 0 rad ou 0° Velocidade: 10 rad/s Aceleração: 0 rad/s <sup>2</sup>	Ponto P Posição: 3.375i 3.2186j (m) Velocidade: -64.372i 47.5j (rad/s) Aceleração: -1225i -1084.5171j (rad/s <sup>2</sup> )
Barra 3 Dimensão: 3.5 m Ângulo em relação ao eixo x: 1.1671 rad ou 66.8676° Velocidade: 20 rad/s Aceleração: 147.5798 rad/s <sup>2</sup>	Ponto R Posição: 1i 0j (m) Velocidade: 0i 0j (rad/s) Aceleração: 0i 0j (rad/s <sup>2</sup> )
Barra 4 Dimensão: 4 m Ângulo em relação ao eixo x: 0.93509 rad ou 53.5764° Velocidade: 20 rad/s Aceleração: 85.4409 rad/s <sup>2</sup>	

Fonte: o autor

## CONCLUSÃO

Este trabalho instigou a criação de um programa para analisar cinematicamente o mecanismo quarto barras. Para o seu desenvolvimento, foram efetuadas as seguintes etapas, 1- modelo físico do mecanismo, 2- análise matemática, 3- desenvolvimento do código, 4- análise computacional do mecanismo e 5- validação dos resultados. Os resultados foram validados através de exemplos de NORTON, Robert L. 2010.

Portanto, é importante que se tenha conhecimento do mecanismo quatro-barras, mesmo que esse não seja o mecanismo para a aplicação de interesse, mas é o mecanismo base para muitos outros, pois cria um segmento de raciocínio para análise cinemática e dinâmica para os demais, facilitando e agilizando o projeto desses mecanismos. O programa criado analisa a velocidade e aceleração de cada barra e pontos de conexão das barras, para que assim haja uma validação do projeto.

## REFERÊNCIAS

- NORTON, Robert L. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. AMGH Editora, 2010.
- MABIE, Hamilton H.; OCVIRK, Fred W. **Mechanisms and dynamics of machinery**. 1987.
- WALDRON, Kenneth J.; KINZEL, Gary L.; AGRAWAL, Sunil K. **Kinematics, dynamics, and design of machinery**. John Wiley & Sons, 2016.