



## **Número do Prandtl turbulento para altos Reynolds: Uma comparação entre um modelo ajustado com o apresentado pelo método K- $\epsilon$ RNG do Ansys.**

*Felipe J. O. Ribeiro<sup>1</sup>, Aristeu S. Neto<sup>2</sup>*

**RESUMO:** O estudo térmico de escoamentos turbulentos é um assunto muito visado no meio acadêmico. Nesse contexto, a determinação do número de Prandtl turbulento é muito importante por ser um parâmetro base da análise, sendo ele a razão entre a difusividade térmica turbulenta e a viscosidade turbulenta. Suas aplicações motivam um grande interesse acadêmico de longa data, como muito bem documentado em Kays (1992). Apesar deste esforço, ainda não se chegou a um modelo conclusivo, e sim, somente aproximações experimentais e linearizações conceituais para casos isolados. O problema em determinar um modelo geral para o número de Prandtl turbulento surge da sua não linearidade, por representar comportamentos térmicos e cinéticos advectivos. Dessa forma, se analisará como o ©Fluent (Ansys) parametriza este valor em seu modelo k- $\epsilon$  RNG, aplicando-o a uma modelagem semi analítica RANS, e comparando os resultados com as simulações feitas com base em um modelo ajustado de metodologia RANS.

**PALAVRAS-CHAVE:** *Prandtl turbulento, RANS (Reynolds averaged Navier Stokes), modelo K-  $\epsilon$  RNG, ©Ansys, DNS (Direc numerical solution) e CFD.*

## **Study on the models of the turbulent Prandtl number for high Reynolds in comparison with the presented by Ansys K- $\epsilon$ RNG methodology.**

**ABSTRACT:** *The thermal study of turbulent flows is a very popular subject in academia. In this context, the determination of the turbulent Prandtl number is very important as it is a base parameter for the analysis, the ratio between the turbulent diffusion moment and the thermal transfer moment. It's applications on engineering motivate long-standing academic interest as well documented in (Kays, 1992). Despite the efforts, it hadn't yet reached a conclusive model, but only experimental approaches and linearizations of conceptual proposals for isolated cases. The problem in determining a general model for the turbulent Prandtl number arises from its nonlinearity, because it represents advective thermal behavior. Thus, the present work will analyze how the Fluent (Ansys) parameterizes the turbulent prandtl in its k- $\epsilon$  RNG model, applying it to a semi-analytic RANS model, and comparing it with the turbulent Prandtl results provided by DNS.*

**KEYWORD:** *Turbulent Prandtl number, RANS (Reynolds averaged Navier Stokes), K-  $\epsilon$  RNG model, ©Ansys, DNS (Direc numerical solution) and CFD.*

---

<sup>1</sup> Aluno, Mflab(UFU), Uberlândia (MG)

<sup>2</sup> Tutor, Mflab(UFU), Uberlândia (MG)

## INTRODUÇÃO

A modelagem de escoamentos turbulentos é uma atividade complexa por definição. Strogatz, em seu livro (Strogatz, 2015), define um sistema fluido como não linear, de elevada ordem e infinitas variáveis, ou seja, um sistema de complexidade infinita. Dessa forma, métodos de cálculo exato são muito raros e pouco aplicáveis, ainda mais no domínio da turbulência. Surge, assim, uma constante necessidade de adaptação dos métodos, de modo a viabilizá-los a uma gama cada vez maior de casos. Neste contexto, este trabalho traz uma forma simplificada de análise, capaz de fornecer resultados acurados a baixos custos computacionais. Tal aproximação, porém, exige linearizações que o tornam um método aproximado e semi numérico. Um dos fatores de aproximação surge da hipótese de Boussinesq (Boussinesq, J., 1877), que modela o tensor de Reynolds e o fluxo térmico dando origem aos valores da viscosidade turbulenta e difusidade térmica turbulenta. Tais denominações também definem o número de Prandtl turbulento, que entra nos equacionamentos como a razão destas duas novas variáveis.

Assim sendo, o presente texto analisa um escoamento turbulento em canal plano de Poiseuille (Poiseuille, 1846), desenvolvendo as equações para que resultem em um sistema unidimensional simplificado. Na análise térmica surge a necessidade de se obter o campo de velocidades no escoamento, e para isso se utilizará o modelo descrito em (Antoniali, L., A., 2015), que modela as equações de Navier Stokes pelo método RANS e do comprimento de mistura de Prandtl (Prandtl, L., 1925). Para a modelagem térmica também se estabelecerá um modelo de valores médios, e se utilizará de artifícios para que o sistema resulte em um regime unidimensional permanente. Desenvolvido os programas, se farão as simulações a fim de se comparar os resultados. A título de comparação se utilizará diferentes formas de parametrização do valor do número de Prandtl turbulento, como um valor ajustado para erros mínimos em comparação ao DNS (Kawamura, H., 2000), e a forma como é parametrizado no programa do Fluent do Ansys (© Fluent Inc. 2006-09-20).

## METODOLOGIA

Em primeiro lugar, definiu-se o problema físico. Um canal de dois metros de comprimento cujo escoamento é incompressível, newtoniano, de  $Pr = 0.71$ . Definiu-se os parâmetros de contorno térmico como fluxo térmico constante, o que resultou em um campo de variação linear da temperatura pelas paredes no sentido da corrente por todo o domínio do canal. Tal fato permitiu aos autores definir a temperatura em dado ponto como a diferença entre esta temperatura e a presente na parede para esta coordenada 'x', simplificando o resultado para um vetor unidimensional representativo, o que facilitou a análise dos resultados.

Seguem as equações já modeladas diferencialmente (Eq.1 e Eq.2):

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} = -\frac{2\bar{y}}{1 + \sqrt{1 + 4L^2 Re_\tau^2 \bar{y}}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( L^2(\bar{y}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial \bar{y}} \right) = -\frac{Pr_\tau}{Re_\tau^3} \frac{\bar{u}}{u_m} \quad (2)$$

Com as equações definidas, foi possível resolvê-las numericamente. Para a velocidade aplicou-se o método de Runge-Kutta explícito, enquanto para a temperatura utilizou-se o método de diferenças centradas implícito, para um domínio euleriano. É possível se observar na equação da temperatura os termos que resgatam a necessidade

do campo de velocidades, neste contexto a derivada do mesmo foi acoplada de forma analítica.

Foram resolvidos muitos casos, e no decorrer do processo observou-se uma sensibilidade da temperatura resultante quanto ao valor do número do Prandtl turbulento. Ajustou-se o mesmo para que o erro em comparação com o DNS fosse mínimo, e estabeleceu-se este como o modelo ajustado.

Também se observou o método que o programa Ansys utilizou para determiná-lo (© Fluent Inc. 2006-09-20), e este foi do seguinte modelo (Eq. 3):

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 + 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (3)$$

Dessa forma pôde-se fazer o estudo comparativo.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir das simulações obtiveram-se os seguintes resultados:

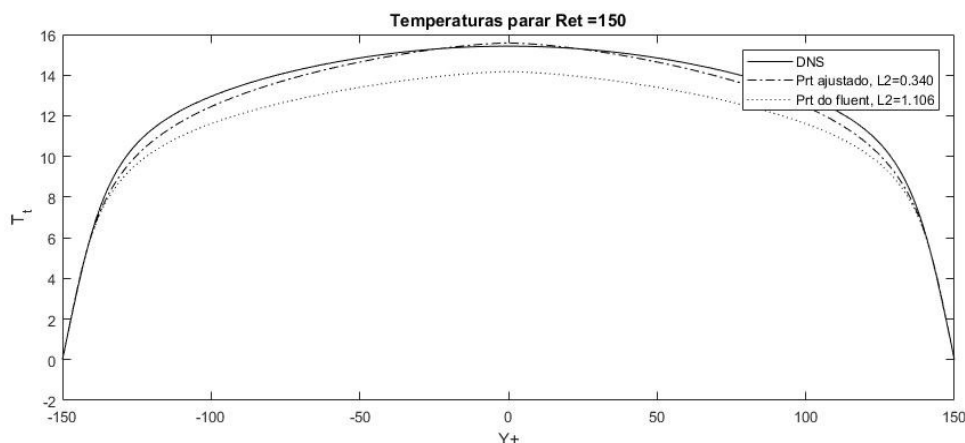


Fig. 1- Comparativo para um número de Reynolds de 4560.

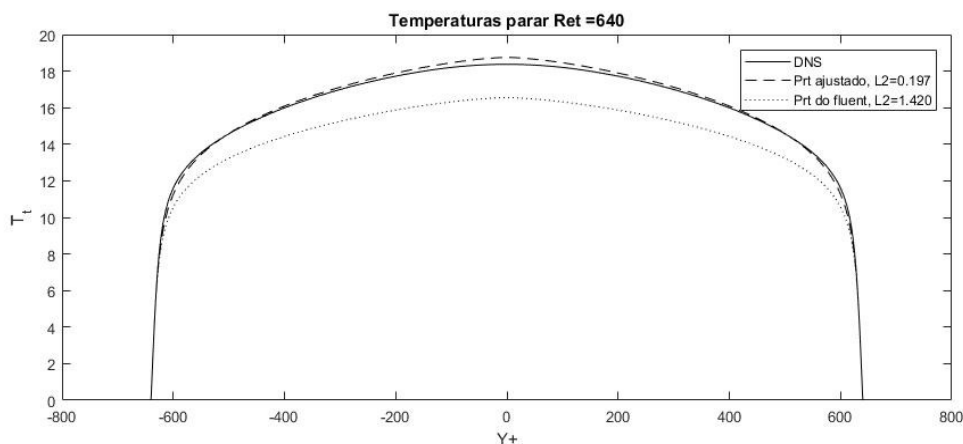


Fig. 2- Comparativo para um número de Reynolds de 24428.

Observa-se que o método empregado pelo modelo k-ε RNG do Ansys Fluent desvia dos resultados de DNS para este caso específico. Tal observação tem coerência no fato de que este código consiste em um programa comercial que tem como objetivo a resolução geral de sistemas fluidos. Assim, tal abrangência é alcançada às custas de sacrifícios quanto à acurácia de certas parametrizações.

Dessa forma, o devido estudo e desenvolvimento de um método particular, quando viável, é uma prática válida em um ambiente industrial e acadêmico.

## CONCLUSÃO

Observou-se que os resultados, apesar de dissonantes, caracterizaram-se como próximos. O método do Ansys, apesar de mais distante do cálculo numérico direto, é utilizado em uma variedade maior de problemas, seu âmbito mais geral justifica sua relativa falta de acurácia neste caso específico.

O método semi analítico desenvolvido mostrou-se eficaz em gerar um resultado acurado a baixos custos computacionais, situação que permitiu o desenvolvimento do modelo ajustado para o número de Prandtl turbulento, o que viabilizou todo este projeto.

Perspectivas futuras sugerem tentar implementar no Ansys o modelo ajustado e observar se o software gera resultados mais próximos do DNS. Também pretende-se expandir este modelo ajustado para que contemple variações no número de Reynolds turbulento e no número de Prandtl molecular, a fim de se ter um meta-modelo representativo deste parâmetro tão discutido no meio acadêmico.

## AGRADECIMENTOS

É oportuno demonstrar gratidão aos órgãos de fomento à pesquisa como a Fau, CNPQ e à Petrobrás que viabilizam este e muitos outros projetos de pesquisa. Também agradece-se ao Mflab pela oportunidade de aprendizado, à FEMEC e à equipe Epta.

## REFERÊNCIAS

Willian M. Kays, “**Turbulent Prandtl Number- Where are we?**”, Max Jakob Memorial Award Lecture, pg. 284, 1992.

FLUENT 6.3, “**User's Guide - 12.4.2 RNG – Model**”, © Fluent Inc. 2006-09-20.

Kawamura, H., A.H. and shingai, k., 2000. “**Dns of turbulence and heat transport in a channel flow with different Reynolds and Prandtl numbers and boundary conditions.**” In Turbulence, Heat and Mass Transfer 3, (Proc. of the 3rd International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer). Yamazaki, Tokyo.

Poiseuille, J.L.M., 1846. “**Recherches experimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de tres-petits diametres.**” Memoires presentes par divers savants a l'Academie Royale des Sciences de l'Institut de France, ix: 433-544 edition.

Strogatz, Steven H. (Steven Henry). “**Nonlinear Dynamics and Chaos: with Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering**”. Boulder, CO: Westview Press, a member of the Perseus Books Group, 2015.

Boussinesq, J., 1877. “**Theorie de lcoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes a grande section**”. Fautiers-Villars, Paris, 2nd edition.

Antoniali, L., A. and Silveira-Neto, A., 2015. “**Theoretical study of fully develop turbulent flow in a flat channel, using prandtl's mixing length model**”. p. 21.

Prandtl, L., 1925. “**Über die ausgebildete Turbulenz**”. ZAMM